

# Section 4.4

## Les problèmes

1. Un modèle d'une fusée est lancé directement vers le haut avec une vitesse de 200 m/s. La trajectoire de la fusée se traduit par l'équation  $h = -5t^2 + 200t$ , où  $h$  représente la hauteur de la fusée en mètres et  $t$  représente le temps écoulé en secondes. Quelle est la hauteur maximale atteinte par la fusée et combien de temps prend-elle pour atteindre la hauteur maximale?
2. Le coût,  $C$ , en dollars, pour marcher une machine se traduit par l'équation  $C = 2.2n^2 - 66n + 655$ , où  $n$  représente le nombre de minutes que la machine marche. Pour combien de temps la machine doit-elle marcher lorsque le coût est un minimum et quel est le coût minimal?
3. La fonction ci-après indique la hauteur  $h$  en mètres d'une balle de baseball par rapport au temps écoulé  $t$ , en secondes, depuis le moment où elle a été frappée :  
 $h = -5.2t^2 + 31.2t + 1.2$ .
  - a) Quelle est la hauteur maximale atteinte par cette balle?
  - b) À quelle hauteur la balle se trouvait-elle lorsqu'elle a été frappée?  $t = 0$
  - c) Si la balle frappe un mur à  $t = 5.9$  s, à quelle hauteur la balle se trouvait-elle?  
b)  $h = -5.2(0)^2 + 31.2(0) + 1.2$   
c)  $h = -5.2(5.9)^2 + 31.2(5.9) + 1.2$

Maximale/minimale = COMPLÉTER LE CARRÉ

4. Détermine deux nombres dont la somme est 26 et dont la somme de leurs carrés constitue un minimum.

deux nombres:  $x$  et  $y$

la somme est 26:

$$x + y = 26$$

$$y = 26 - x$$

la somme de leurs carrés:

$$x^2 + y^2$$

1. Change à  $y = ax^2 + bx + c$

$$= x^2 + (26 - x)^2$$

$$= x^2 + (26 - x)(26 - x)$$

$$= x^2 + 676 - 26x - 26x + x^2$$

$$= 2x^2 - 52x + 676$$

2. Complète le carré

$$= 2x^2 - 52x + 676$$

$$= 2(x^2 - 26x) + 676$$

$$= 2(x^2 - 26x + 169 - 169) + 676$$

$$= 2(x - 13)^2 + 2(-169) + 676$$

$$= 2(x - 13)^2 - 338 + 676$$

$$= 2(x - 13)^2 + 338$$

3. Conclusion

Sommet (13, 338) alors  $x = 13$ , et  $y = 26 - 13 = 13$ , et la somme de leurs carrés est 338.

5. Détermine l'aire maximale d'un triangle dont la somme de la base et de la hauteur égale 25 cm. la somme de la base et de la hauteur est 25:

$$b + h = 25$$

$$h = 25 - b$$

l'aire d'un triangle:

$$A = \frac{bh}{2} = \frac{b(25 - b)}{2}$$

1. Change à  $y = ax^2 + bx + c$

$$A = \frac{25b - b^2}{2}$$

$$A = \frac{-1b^2}{2} + \frac{25b}{2}$$

$$A = -0,5b^2 + 12,5b$$

2. Complète le carré

$$A = \frac{-1}{2}(b^2 - 25b) \quad \text{ou} \quad -0,5(b^2 - 25b)$$

$$A = \frac{-1}{2}(b^2 - 25b + 156,25 - 156,25)$$

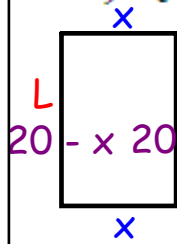
$$A = \frac{-1}{2}(b - 12,5)^2 - \frac{-1}{2}(-156,25)$$

$$A = \frac{-1}{2}(b - 12,5)^2 + 78,125$$

3. Conclusion

Sommet (12,5, 78,125) alors  $b = 12,5\text{cm}$  et  $h = 25 - 12,5 = 12,5\text{cm}$  et l'aire maximale est  $78,125\text{cm}^2$ .

6. On a 40 m de matériaux pour installer un enclos rectangulaire.  
 a) Quelles dimensions donneront à cet enclos une aire maximale?  
 b) Quelle est l'aire maximale?



$$40 = x + x + L + L$$

$$40 = 2x + 2L$$

$$40 - 2x = 2L$$

$$\frac{40}{2} - \frac{2x}{2} = L$$

$$20 - x = L$$

$$20 - x = L$$

a)  $A = \text{longueur} \times \text{largeur}$

$$A = x(20 - x)$$

$$A = 20x - x^2$$

$$A = -x^2 + 20x$$

$$A = -(x^2 - 20x)$$

$$A = -(x^2 - 20x + 100 - 100)$$

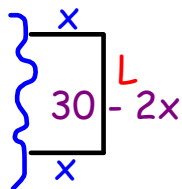
$$A = -(x - 10)^2 - (-100)$$

$$A = -(x - 10)^2 + 100$$

Sommet (10, 100) alors  $x = 10\text{m}$ ,  $L = 20 - 10 = 10\text{m}$

l'aire maximale =  $100\text{m}^2$

7. Un champ rectangulaire n'a que trois côtés de l'enclos à clôturer puisque l'autre sera limité par une rivière. Si on a 30 m de matériaux pour installer l'enclos, quelles dimensions donneront une superficie maximale?



$$30 = 2x + L$$

$$30 - 2x = L$$

$A = \text{longueur} \times \text{largeur}$

$$A = x(30 - 2x)$$

$$A = 30x - 2x^2$$

$$A = -2x^2 + 30x$$

$$A = -2(x^2 - 15x)$$

$$A = -2(x^2 - 15x + 56,25 - 56,25)$$

$$A = -2(x - 7,5)^2 - 2(-56,25)$$

$$A = -2(x - 7,5)^2 + 112,5$$

Sommet (7,5, 112,5)

$x = 7,5\text{m}$

$L = 30 - 2(7,5) = 30 - 15 = 15\text{m}$

l'aire maximale =  $112,5\text{m}^2$

8. On vend des annuaires aux élèves pour 20\$ chacun. Trois cent élèves achèteront les annuaires à ce prix. Pour chaque 5\$ d'augmentation, 30 élèves de moins achèteront l'annuaire. Calcule le prix de vente qui donnera le revenu maximal.

Soit  $x$  représente le nombre d'augmentations par 5\$.

Le prix: (prix originel + prix d'augmentation( $x$ )) =  $(20 + 5x)$

Le nombre d'élèves: (nombre originel - nombre réduit( $x$ )) =  $(300 - 30x)$

Le revenu = (le prix)(le nombre de ventes) =  $(20 + 5x)(300 - 30x)$

$$R = 6000 - 600x + 1500x - 150x^2$$

$$R = -150x^2 + 900x + 6000$$

$$R = -150(x^2 - 6x) + 6000$$

$$R = -150(x^2 - 6x + 9 - 9) + 6000$$

$$R = -150(x - 3)^2 - 150(-9) + 6000$$

$$R = -150(x - 3)^2 + 1350 + 6000$$

$$R = -150(x - 3)^2 + 7350$$

Sommet (3, 7350)

$x = 3 \rightarrow$  3 augmentations de 5\$

$\rightarrow$  augmentation de 15\$

$\rightarrow$  prix nouveau =  $20 + 15$

= 35\$

revenu maximal = 7350\$